EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta* ….085**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze aria triunghiului ABC, dacă $AB=4$, $AC=6$ și $BC=8$.

(4p) **b)** Să se determine distanța dintre punctele $A(\sqrt{2},0)$ și $B(0,\sqrt{2})$.

(4p) **c)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(\sqrt{2},0)$ și $B(0,\sqrt{2})$.

(4p) **d)** Să se calculeze $2\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}$.

(2p) **e)** Să se verifice dacă punctele $A(1,0)$, $B(0,1)$ și $C(2,-1)$ sunt coliniare.

(2p) **f)** Să se calculeze partea reală a numărului complex $(1+i)^4$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}2^x & 1\\ 1 & 2^{-x}\end{pmatrix}$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\log_2 10-\log_2 25+\log_2 5$.

(3p) **c)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{0,1,2,3,4,5\}$ să fie soluție a ecuației $3^n=9$

(3p) **d)** Să se determine numărul natural n, $n\ge 3$ astfel încât $C_n^3=4$.

(3p) **e)** Să se calculeze expresia $E=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-5x+4=0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\setminus\{1,3\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{2}{x^2-4x+3}$.

(3p) **a)** Să se arate că $f(x)=\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1}$, $\forall x\in\mathbf{R}\setminus\{1,3\}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}\setminus\{1,3\}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} x^2 f(x)$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulţimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **b)** Să se verifice că $A^2=3A$.

(4p) **c)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x+y=0\\ 2x+2y=0\end{cases}$, $x, y\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Utilizând metoda inducţiei matematice, să se arate că $A^n=3^{n-1}A$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se determine numărul real a, astfel încât $(I_2+A)(I_2+aA)=I_2$.

(2p) **f)** Să se găsească o matrice $B\in M_2(\mathbf{R})$, astfel încât $AB\neq BA$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că matricea $A+A^2+...+A^{2004}-A^{2005}$ are toate elementele strict negative.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}$ şi şirul $(a_n)_{n\geq 1}$,

definit prin $a_n=f(1)+f(2)+...+f(n)$, $\forall n\geq 1$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}-\dfrac{1}{(x+1)^2+1}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se determine ecuaţia asimptotei către $+\infty$ la graficul funcţiei f.

(2p) **d)** Să se arate că $a_n=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{(n+1)^2+1}$, $\forall n\geq 1$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2}-a_n\right)\cdot n^2$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.